

CAPITOLUL 3

PARAMETRII FIZICI ȘI ORBITALI AI ASTEROIZILOR

3.1. 6678 DE ASTEROIZI CATALOGAȚI

Conform D.W. Hughes (1994), Johannes Kepler a fost primul astronom care și-a pus problema spațiului exagerat de mare între orbitele lui Marte și Jupiter. În 1772, Daniel Titius publica relația empirică cunoscută sub numele *Legea Titius-Bode*, care sublinia existența „golului” dintre cele două planete. La 1 ianuarie 1801, astronomul italian Giuseppe Piazzi observa planeta care „umplea” golul căutat, mica planetă (1) Ceres. Vremea rea și poziția nefavorabilă a planetei au făcut ca aceasta să nu mai fie vizibilă. După momentul conjuncției, însuși descoperitorul s-a îmbolnăvit, iar planeta părea pierdută. Era momentul când Karl Friedrich Gauss introducea metoda celor mai mici pătrate, care furniza o orbită și mai apoi o efemeridă. Imediat după publicarea ei, Francis von Zach și Heinrich Olbers redescopereau planeta căutată. Golul dintre orbitele lui Marte și Jupiter era umplut, și nici o altă planetă nu mai era de așteptat acolo. Totuși, Olbers descoperă la 28 martie 1802 o a doua mică planetă, denumită (2) Pallas, a cărei perioadă de revoluție era foarte apropiată de cea a lui (1) Ceres. Din această cauză, Olbers a presupus că aceste corpuri reprezintă bucăți ale unei planete mai mari care s-ar fi dezintegrat, și în consecință a bănuțit că mai multe corpuri s-ar fi putut descoperi în viitor. Astfel, astronomul Ludwig Harding descoperă mica planetă (3) Juno, la 1 septembrie 1804, și mai apoi Olbers reușește din nou cu mica planetă (4) Vesta, la 29 martie 1807. Aproape 40 de ani au trecut până când Karl Henke descoperă asteroidul (5) Astraea, la 8 decembrie 1845.

Astăzi, la aproape două secole de la descoperirea primului asteroid (1) Ceres, lucrarea *Efemeridi malih planet 1997* cataloghează 6678 de mici planete; multe altele figurând la Uniunea Astronomică Internațională pe listele de așteptare pentru a primi un număr definitiv (o măsură de precauție pentru a se evita „pierderea” de planete, cum a fost cazul asteroidului (719) Albert - Kristensen și West, 1989). O retrospectivă interesantă asupra descoperirii, catalogării și a metodelor de observație ale micilor planete poate fi găsită în *Bowell et al (1989a)*. De asemenea, un studiu al distribuțiilor geografice ale descoperirilor primilor 6000 de asteroizi numerotați până în iunie 1994 se poate găsi în *Combes (1994)*.

O imagine a rapidei creșteri a numărului de asteroizi descoperiți poate fi urmărită în figurile 1 și 2:

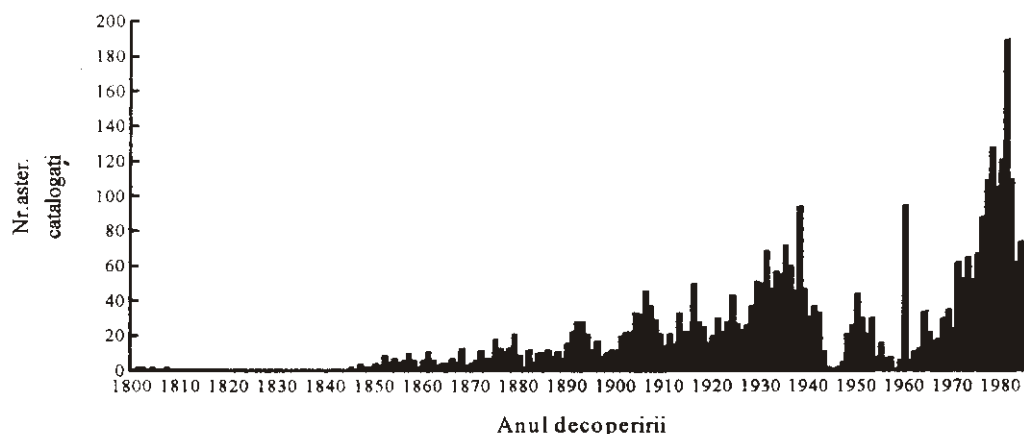


Figura 1 - Rata anuală a descoperirilor de asteroizi în perioada 1800-1985

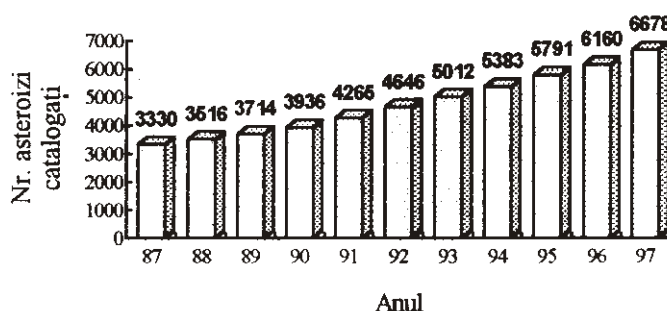


Figura 2 - Creșterea numărului de asteroizi catalogați în ultimii 10 ani

Figura 1 reprezintă rata anuală a descoperirilor de asteroizi în perioada 1800-1985. Studiul este efectuat pe un fișier întocmit de F. Pilcher (1988) ce conține primii 3774 de asteroizi catalogați. O sumară analiză a diagramei arată lipsa descoperirilor în perioada 1807-1845. Perioada 1875-1880 este marcată de peste 10 descoperiri anuale, iar următorii ani sunt și mai prolifici (cu recorduri în anii 1892, 1906, 1916, 1931 și 1938). Urmează perioada războiului, care în doar șapte ani coboară media descoperirilor anuale de la aproape o sută până la zero (în anul 1945). Urmează un nou vârf în 1950 și o nouă pauză în 1958, datorată probabil începutului luptei pentru supremația militară și spațială între „marile puteri”. Perioada de după 1970 este prolifică, prin apariția marilor observatoare (Heidelberg, Crimeea, Palomar, sau mai recentul ESO din La Silla). Diminuarea manifestată după anul 1980 nu este reală, fiind explicată prin vecinătatea limitei intervalului studiat, combinată cu perioada de „așteptare” dintre descoperire și numerotare.

Figura 2 reprezintă creșterea numărului de asteroizi catalogați în ultimii 10 ani. Remarcăm două porțiuni liniare, cea începând din 1990 fiind mai pronunțată, datorată rezultatelor programelor de observare CCD automată a obiectelor ce intersectează orbita Pământului (Morrison, 1992, Scotti, 1994, Harris, 1994). Această nouă tehnică, aplicată cu succes în cadrul programelor *Spacewatch* și *Spaceguard Survey*, „împinge” limita magnitudinii corpurilor observate la 20.9, iar dimensiunile lor până la ordinul sutelor sau chiar al zecilor de metri !

3.2. PARAMETRII FIZICI AI ASTEROIZILOR

3.2.1. Magnitudine

Încă din secolul al II-lea î.Ch, astronomul grec Hipparchos a împărțit stelele după strălucirea lor aparentă în șase clase, pe care le-a numit magnitudini (mărimi) stelare (e.g. Pál și Ureche, 1983). Acest sistem neriguros de definire s-a păstrat până la mijlocul secolului al XIX-lea, când în fotometrie au început să fie folosite metode obiective de măsură. Una dintre acestea este legea psihofiziologică Weber-Fechner, care afirmă că variația intensității senzației produse de un excitant fizic este proporțională cu raportul dintre variația intensității excitației și intensitatea excitației inițiale.

3.2.1.1. Magnitudine aparentă

Aplicând legea Weber-Fechner în fotometrie, rezultă:

$$dm = K \frac{dE}{E}, \quad (1)$$

unde E reprezintă strălucirea aparentă a stelei, dE variația acestei străluciri, dm variația de magnitudine corespunzătoare, iar K o constantă. Transformări elementare ne furnizează formula lui Pogson:

$$m = C - 2.5 \lg E \quad (2)$$

Relația lui Pogson este foarte utilă în comparația dintre două surse luminoase:

$$m - m_o = -2.5 \lg \frac{E}{E_o} \quad (3)$$

Mărimea m folosită în relațiile de mai sus depinde de strălucirea E aparentă a sursei, care la rândul ei depinde de distanță. De aceea, m se numește magnitudine aparentă. În

practică, în funcție de receptorul utilizat, magnitudinea aparentă poate fi magnitudine vizuală (V) sau magnitudine fotografică (notată mai departe prin F).

3.2.1.2. Magnitudine absolută

Pentru a compara radiația emisă de diferiți aștri, se introduce noțiunea de magnitudine absolută M , definită drept magnitudinea pe care ar avea-o sursa dacă s-ar găsi la distanța de 10 parseci. În practică este utilă relația care exprimă legătura dintre m , distanța r (în parseci) și M :

$$M = m + 5 - 5 \lg r \quad (4)$$

În cazul observațiilor de asteroizi, se utilizează o altă noțiune, specifică planetelor mici (Bowell et al, 1989b):

Numim magnitudine absolută $V(1,0)$ (sau H , adoptată de Comisia 20 UAI în 1985) magnitudinea pe care asteroidul ar avea-o dacă s-ar afla la 1 UA atât față de Soare cât și față de Pământ, la un unghi de fază nul (unghiul dintre direcțiile asteroid-Soare și asteroid-Pământ).

3.2.1.3. Magnitudine medie la opoziție

Magnitudine medie la opoziție $V(a,0)$ se definește (Léna, 1986):

$$V(a,0) = V(1,0) + 5 \lg a(a-1) , \quad (5)$$

unde a reprezintă semiaxa mare a orbitei.

3.2.1.4. Magnitudine redusă

Magnitudinea redusă V_r (sau $V(\alpha)$) reprezintă magnitudinea unui asteroid care s-ar afla la o distanță de 1 UA atât față de Soare, cât și față de Pământ (cele trei corpuri ar fi vârfurile unui triunghi echilateral). Are loc relația:

$$V_r = m - 5 \lg(r\Delta) , \quad (6)$$

unde r este distanța heliocentrică iar Δ cea geocentrică, ambele în UA. Graficul care exprimă magnitudinea redusă în funcție de unghiul de fază φ are o porțiune liniară. Această porțiune intersectează axa magnitudinilor într-un punct corespunzător magnitudinii absolute (Bowell et al, 1989b). Panta porțiunii liniare a graficului se numește coeficient de fază (β).

Următoarea relație (Batrakov, 1996) exprimă foarte bine magnitudinea aparentă pentru întreaga populație de asteroizi în funcție de r , Δ , M , β și φ :

$$m = 5 \cdot \lg(r\Delta) + V(0,1) - 2,5 \cdot \lg[(1 - \beta)\Phi_1 + \beta\Phi_2] , \quad (7)$$

unde:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_i = \exp \left\{ -A_i \left[\tan \left(\frac{\beta}{2} \right) \right]^{B_i} \right\} \\ A_1 = 3.33, A_2 = 1.87, B_1 = 0.63, B_2 = 1.22 \end{array} \right. \quad (8)$$

3.2.2. Albedo

Conform (Russell, 1916), albedoul fizic A reprezintă raportul dintre cantitatea de radiație reflectată și cea incidentă. El depinde de forma fizică proprie suprafeței asteroidului. Albedoul geometric p se exprimă în funcție de magnitudinea M_o aparentă la unghi de fază zero prin relația:

$$p = R^2 M_o \frac{\Delta^2}{r^2}, \quad (9)$$

unde R reprezintă distanța Soare-Pământ, Δ - distanța planetă-Pământ și r - distanța Soare-planetă. Rezultă că p depinde astfel de geometria sistemului. Relația dintre A și p este liniară.

3.2.3. Diametru

Datorită dimensiunilor aparente extrem de mici (sub 0",5), doar pentru câțiva asteroizi se cunosc diametre estimate din observații. Dacă la momentul descoperirii primului asteroid, diametrul lui Ceres era nesigur cu un factor de 10 ori, valoarea sa actuală este cunoscută cu o precizie de 0,6% (Hughes, 1994).

Primul astronom care a încercat să măsoare diametrele asteroizilor Ceres și Pallas a fost W. Herschel în anul 1802, cu ajutorul unui disc de comparație de dimensiuni variabile. Cercetări ulterioare ale lui Johann Schroter aduceau rezultate mai mari cu un ordin de mărime, demonstrând de fapt imprecizia metodei de măsurare. Alte instrumente de măsură a diametrelor asteroizilor au fost micrometrul filar (folosit de Barnard la începutul acestui secol) și discmetrul (utilizat în anul 1953 de către H. Camichel în același scop - Dollfus, 1971). El este un dispozitiv ce folosește un mic disc cu lumină artificială în câmpul instrumentului, cu strălucire, culoare și diametru variabile. Instrumentul se calibrează prin observarea unei stele vecine.

O metodă superioară de determinare a diametrelor asteroizilor se bazează pe fotometrie. Cu notațiile de mai sus, se poate folosi formula Zellner-Bowell de calcul al diametrului unui asteroid, D :

$$2 \lg \frac{D}{2} = 5.642 - 0.4 \cdot V(1,0) - \lg A \quad (10)$$

Formula următoare (Merlin, 1994) exprimă, de asemenea, o relație de calcul al diametrului unui asteroid în funcție de geometria sistemului și de magnitudinea aparentă :

$$\lg D = 0.2 \left\{ -26.78 - m - 2.51 \lg \left[\frac{pR^2(1 + \cos \varphi)}{32r^2 \Delta^2} \right] \right\} \quad (11)$$

Fără a intra în detalii, menționăm câteva metode moderne de observații (Binzel et al, 1989) din care rezultă diametrele asteroizilor: polarimetria, radiometria în infraroșu, interferometria de pete, observațiile radar și ocultările. Cum se pot determina diametrele asteroizilor prin observarea de ocultări stelare (și despre primele încercări de acest gen la București) ne vom ocupa în mod special în capitolul al șaselea al lucrării.

3.2.4. Masă

Din cauza dimensiunilor lor reduse, ca și în cazul determinărilor de diametre, masele asteroizilor sunt puțin cunoscute, ele fiind de ordinul a 10^{-10} mase solare. De aceea, Sistemul Constantelor Astronomice UAI 1976 recomandă folosirea a doar trei mase de asteroizi: (1) Ceres, (2) Pallas și (4) Vesta.

O metodă cantitativă de determinare a maselor, este cunoașterea diametrului, combinată cu cea a unei densități medii a principalelor familii de asteroizi.

O altă metodă, calitativă, se bazează pe observarea unor situații favorabile în mișcarea asteroizilor, care se pot apropia până la distanțe care pot produce perturbații (Schubart și Matson, 1979, Hoffmann, 1989). Despre predicția acestor fenomene și despre utilizarea rezultatelor observaționale la determinarea maselor ne vom ocupa pe scurt în continuare.

3.2.4.1. Predicția apropiierilor mutuale

Pentru ca unele efecte gravitaționale între planetele mici să poată fi puse în evidență, trei condiții trebuie să fie îndeplinite:

- apropierile fizice trebuie să fie foarte strânse (sub 0.001 UA);
- asteroidul să fie suficient de mare pentru a produce perturbații măsurabile (cu diametru în general de peste 100km);
- durata apropierii să fie cât mai mare (de ordinul zilelor).

Pentru determinarea perechilor care au apropieri, Lazović (1970) folosește o metodă calitativă, căutând perechi numai dintre orbitele care au elementele i și Ω apropiate. Pentru aceasta, se definesc noțiunile de asteroizi cvasicoplanari - cei ai căror orbite au înclinări apropiate (sub 1°), durată cinematică a apropierii (Lazović și Kuzmanoski, 1979, 1980) - intervalul de timp în care distanța relativă este inferioară unei valori date) și durată dinamică a

apropierii - intervalul de timp în care perturbațiile devin măsurabile. Autorii sârbi studiază cazurile asteroizi cvasicoplanari cu apropieri strânse (Lazović și Kuzmanoski 1974, 1978, 1980).

Alte metode de predicție a apropiierilor fizice sunt cele numerice. Una dintre ele (Kuzmanoski și Knezević, 1993), calculează pentru o perioadă de 50 de ani distanțe relative între asteroizi, folosind într-o primă etapă problema celor două corpuri Soare-asteroizi și în etapa a doua o integrare numerică a unei probleme de șapte corpuri (Soare - doi asteroizi - patru planete mari). Altă lucrare (Yoshikawa și Nakamura, 1994) determină apropieri între asteroizi (<0.01 UA) și asteroizi și planete (0.2 UA pentru planetele interioare și 1 UA pentru cele exterioare), pe o perioadă de 130 de ani, rezolvând o problemă de 4516 corpuri (4506 asteroizi - 9 planete - Soare) și obține un rezultat care indică 13000 de perechi care satisfac condițiile de distanță impuse.

3.2.4.2. Determinarea maselor din perturbații gravitaționale

În ciuda preciziei rezultatelor obținute prin metoda gravitațională, doar câțiva asteroizi au mase bine determinate (dintre care doar trei sunt propuse de UAI pentru utilizare). Hoffmann (1989) dă o listă cu 11 referințe care conțin încercări de determinări de mase prin metoda gravitațională.

Observațiile realizate cu instrumente meridiene între anii 1802-1970 asupra micilor planete (1) Ceres și (2) Pallas au fost pentru prima oară folosite de Schubart pentru calculul maselor micilor planete. Datorită similitudinii orbitelor celor două planete, pot fi puse în evidență perturbații reciproce ale elementelor orbitale (Schubart, 1974). Rezultă o determinare numerică pentru masa lui (1) Ceres de $(5,9 \pm 0,3)10^{-10} M_{\odot}$ (mase solare), iar pentru cea a lui (2) Pallas de $(1,3 \pm 0,4)10^{-10} M_{\odot}$. O nouă valoare de $(1,14 \pm 0,22)10^{-10} M_{\odot}$ este găsită de Schubart (1975) printr-o corecție diferențială a orbitei lui (1) Ceres.

Landgraf (1988) îmbunătățește valoarea masei lui (1) Ceres la $(5,21 \pm 0,07)10^{-10} M_{\odot}$, considerând 1577 de observații ale lui (2) Pallas între anii 1802-1987. Metoda de calcul determină mai întâi orbita lui (2) Pallas din observații foarte precise efectuate în perioada 1970-1983, fără a considera perturbațiile lui (1) Ceres. Integrând înapoi această orbită, apar diferențe de până la $30''$ față de observațiile din 1802. Rezolvarea ecuațiilor de condiție implică presupunerea de perturbații din partea lui (1) Ceres, care ne furnizează valoarea căutată a masei micii planete.

O determinare a maselor asteroizilor (1) Ceres, (2) Pallas și (4) Vesta din perturbații ale orbitei lui Marte (Standish și Hellings, 1989) a fost făcută folosind peste 70000 de observații meridiene, de astrolab sau fotografice. În acest set de date sunt incluse și poziții foarte exacte,

provenite din observații realizate cu tehnici moderne (determinate din observații radio sau din ocultări) sau de la sondele spațiale (cu erori în poziții de până la 10 m).

Considerând perturbațiile orbitei planetei mici (348) May, observată între anii 1891-1984, Williams (1991) propune o nouă valoare a masei lui (1) Ceres de $(4,80 \pm 0,22)10^{-10} M_{\odot}$. Autorul calculează orbita lui (348) May, considerând perturbații ale planetelor Mercur-Neptun și ale lui Ceres cu mase test pentru (1) Ceres. Masa planetei este găsită prin metoda celor mai mici pătrate, aplicată celor 75 de observații.

Goffin (1991) îmbunătățește valoarea masei lui (1) Ceres la $(4,7 \pm 0,3)10^{-10} M_{\odot}$, considerând analiza mișcării planetei mici (203) Pompeja. Metoda de calcul constă în rezolvarea unui sistem de ecuații liniare cu șapte necunoscute (corecțiile celor șase condiții inițiale ale orbitei și corecția masei lui Ceres). Fiecare ascensie sau declinație observată determină o astfel de ecuație, al cărei membru drept este reziduul O-C al acelei coordonate; în membrul stâng apar derivatele parțiale ale mărimilor observate în raport cu necunoscutele. Integrarea numerică folosește o metodă de tip predictor de ordinul 12, cu un pas de 4 zile. Deși masa lui Ceres este de 16 ori mai mică decât cea a lui Pluto, influența lui Ceres trebuie luată în seamă în calculul orbitei unei mici planete.

O ultimă valoare a masei lui Ceres este propusă de Sitarski și Todorović (1992), considerând perturbații simultane asupra orbitelor lui (203) Pompeja și (348) May. Parametrii sunt în acest caz în număr de 13, șase elemente ale orbitei lui Pompeja, șase elemente ale lui May și masa lui Ceres. Soluția de $(4,796 \pm 0,085)10^{-10} M_{\odot}$ este obținută din analiza a 223 de poziții ale lui Pompeja și 88 ale lui May. Ecuațiile de mișcare ale asteroidului scrise sub formă vectorială sunt următoarele:

$$\frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} + k^2 \frac{\bar{r}}{r^3} = \frac{\partial R}{\partial \bar{r}}, \quad (12)$$

unde \bar{r} este raza vectorială a asteroidului, k este constanta lui Gauss, R funcția perturbatoare, în care sunt incluși și termenii masei lui Ceres.

Expresia lui R se scrie în funcție de coordonatele corpului perturbat i și de cele ale corpurilor perturbatoare, sub forma (e.g. Pál și Ureche, 1983):

$$R_i = G \sum_{k=1}^{n-1} m_k \left[\frac{1}{r_{ik}} - \frac{(x_i x_k + y_i y_k + z_i z_k)}{r_k^3} \right], \quad (13)$$

unde G este constanta atracției gravitaționale.

O corecție Δr , exprimată ca o sumă de șapte termeni - corecțiile orbitale, cauzată de erori în elementele orbitale și ale masei lui Ceres m_c , trebuie să satisfacă ecuația diferențială:

$$\Delta \ddot{\bar{r}} + k^2 \frac{\Delta \bar{r}}{r^3} - 3k^2 \frac{\bar{r}}{r^5} (\bar{r} \cdot \Delta \bar{r}) = \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \bar{r}} \cdot \Delta \bar{r} \right) - k^2 \left(\frac{\bar{r} - \bar{r}_C}{\rho_C^3} + \frac{\bar{r}_C}{r_C^3} \right) \Delta m_C, \quad (14)$$

unde \bar{r}_C este raza vectorie a lui Ceres, iar ρ_C este distanța Ceres-asteroidul perturbator.

Alte determinări ale maselor planetelor mici (10) Hygiea $(4,7 \pm 2,3) 10^{-10} M_\odot$ și (704) Interamnia $(0,37 \pm 0,17) 10^{-10} M_\odot$ au fost făcute recent, folosind o apropiere la 0,006 UA (Scholl et al, 1987), respectiv la 0,013 UA (Landgraf, 1992). Autorii folosesc o metodă iterativă în trei pași:

- calculează o orbită preliminară care nu ia în calcul perturbațiile celor doi asteroizi;
- îmbunătățesc elementele orbitale ale asteroidului perturbat ($e_k, k=1,..6$) la o epocă t_0 și masa celui perturbator (notat e_7);
- integrează numeric ecuațiile de mișcare Newton și obțin pozițiile calculate $C(t_i)$ ale asteroidului perturbat la momentele t_i :

$$C(t_i) = V(e_1, \dots, e_7, t_i) \quad (15)$$

La momentele t_i , pozițiile determinate din observații se scriu:

$$O(t_i) = V(\underline{e}_1, \dots, \underline{e}_7, t_i) + \varepsilon(t_i), \quad (16)$$

unde \underline{e}_k ($k=1, \dots, 6$) reprezintă elementele orbitei „adevărate” ale asteroidului perturbat, iar \underline{e}_7 masa celui perturbator. Elementele e_k și \underline{e}_k sunt legate prin relațiile:

$$\underline{e}_k = e_k + \lambda_k \Delta e_k, \quad (17)$$

unde λ_k sunt necunoscutele, în unități de variație Δe_k . Dezvoltând V în serie Taylor de ordinul întâi, rezultă:

$$O(t_i) - C(t_i) = \sum_{k=1}^7 \lambda_k \Delta e_k \frac{\partial V(e_1, \dots, e_7, t_i)}{\partial e_k} + \varepsilon(t_i) \quad (18)$$

Acest sistem liniar se rezolvă prin metoda celor mai mici pătrate. Elementele orbitale îmbunătățite ($e_k + \lambda_k \Delta e_k$) sunt folosite pentru a determina o nouă orbită, care va fi ameliorată prin același procedeu.

3.3. PARAMETRII ORBITALI AI ASTEROIZILOR

3.3.1. Elemente proprii și familii de orbite

Dacă considerăm problema celor două corpuri pentru descrierea mișcării unui asteroid în jurul Soarelui, în determinarea traiectoriei mișcării apar cele șase constante de integrare - elementele orbitale (par. 1.1.1). În problema celor n corpuri ($n \geq 3$, par. 1.1.2), cele șase elemente

orbitale nu mai sunt constante, conținând fiecare câte un termen constant (care aproximează orbita din problema celor două corpuri) și o sumă infinită de termeni seculari (polinoame având ca argument timpul), termeni periodici (trigonometrici, având ca argument combinații liniare de elementele orbitale ale corpurilor perturbatoare) și termeni micști (combinații între primele două tipuri). Rezultă că elementele orbitale variază în timp, din acest motiv nefiind „proprii” asteroidului; ele depind de perturbațiile gravitaționale exterioare ce acționează continuu. Pentru a introduce elemente care să caracterizeze orbitele planetelor mici, se folosesc așa-numiții parametri orbitali proprii ai asteroizilor.

Conform Knezević și Milani (1994), elementele proprii sunt cvasi-integrale ale mișcării, stabile în perioade mari de timp, reprezentând un fel de caracteristici „mediate” ale mișcării, obținute printr-o procedură de eliminare a perturbațiilor (de scurtă și lungă perioadă). Elementele proprii sunt folosite în două scopuri principale:

- ca parametri de clasificare a asteroizilor în familii;
- în studiile de structură dinamică a „inelului” de asteroizi.

Descoperirea faptului că „centura” de asteroizi nu este populată acolo unde perioadele de revoluție sunt comensurabile cu cea a lui Jupiter îi aparține lui Kirkwood (1867, spațiile „goale” fiind numite goluri Kirkwood). Ideea că distribuția asteroizilor în spațiul $a-e-i$ nu este uniformă îi aparține lui Hirayama, și datează dinainte de 1918 (Valsecchi et al, 1989). Grupurile în care planetele mici se asociază (unele conținând mulți membri, altele mai confuze) sunt numite, după Hirayama, familii de orbite.

3.3.2. Metode de clasificare

Problema principală în calcularea elementelor proprii este separarea termenilor perturbativi care apar în dezvoltările elementelor orbitale. În funcție de metodele folosite de autori pentru calculul elementelor proprii, există mai multe clasificări de familii de asteroizi. Valsecchi et al. (1989) prezintă două teorii clasice de calcul al elementelor proprii: teoria liniară clasică (care nu elimină perturbațiile) și teoria lui Williams (care combină termenii ce depind de ω cu cei care conțin e și i ai planetelor mari). Knezević și Milani (1994) enumeră patru teorii moderne de calcul al elementelor proprii: teoria analitică Milani-Knezević (dezvoltată din teoria analitică de calcul al perturbațiilor seculare a lui Yuasa), teoria semianalitică Lemaitre-Morbidelli, metoda numerică a lui Milani pentru grupul troienilor și metoda numerico-grafică a lui Schubart pentru grupul Hilda.

3.4. BAZE DE DATE

3.4.1. ASTEROIDS II

A doua conferință mondială asupra asteroizilor, *Asteroids II*, s-a desfășurat între 8-11 martie 1988 în Tucson, Arizona, și s-a bucurat de prezența a peste 160 de specialiști din 14 țări. Rezultatele acestei importante întruniri sunt sintetizate în 53 de lucrări conținute într-un volum ce numără peste 1200 de pagini, structurate în șase capitole (Binzel et al, 1989). Capitolul al șaselea (Tabele) este o compilare a cataloagelor ce conțin date referitoare la asteroizi, publicate până în 1989 (Tedesco, 1989a). Aceste cataloage se pot găsi și în formă fizică (baze de date) sub numele *Asteroids II machine-readable data base: March 1988 version* (NASA, 1991), versiune care stă la baza studiului efectuat în par.3.4.3. al lucrării noastre.

Baza de date *Asteroids II* conține următoarele seturi de date:

- Nume de asteroizi și circumstanțele descoperirii (Pilcher, 1989);
- Elemente proprii și familii (Williams, 1989);
- Parametrii curbelor de lumină ai asteroizilor (Lagerkvist et al, 1989);
- Determinări de pol al asteroizilor (Magnusson, 1989);
- Clasificări taxonomice ale asteroizilor (Tholen, 1989);
- Magnitudini de asteroizi, culori UBV, albedouri și diametre (Tedesco, 1989b);

3.4.2. IRAS Minor Planet Survey

Scopul satelitului IRAS (*Infrared Astronomical Satellite*) a fost de a efectua observații în patru lungimi de undă centrate pe 12, 25, 60 și 100 μ m. Satelitul a fost lansat în ianuarie 1983 și a observat până în noiembrie 1983 circa 96% din cer (Tedesco, 1994). Rezultatele misiunii sunt descrise într-o serie de cataloage referitoare la sursele fixe și la cele nefixe observate (asteroizi și comete). Baza de date *IRAS Minor Planet Survey (IMPS)* (Tedesco et al, 1992) conține parametrii fizici și orbitali ai planetelor mici din observații de la sol și rezultatele observațiilor realizate de satelit.

IMPS este alcătuită din șapte baze de date:

- IMPS albedouri și diametre (1884 de asteroizi observați în cel puțin două benzi);
- IMPS Singleton (120 de planete mici observate într-o singură bandă);
- IMPS statistica observațiilor (7311 de asteroizi ce urmau a fi observați);
- IMPS poziții înlăturate (2387 de planete mici cu cel puțin o poziție înlăturată);
- IMPS asteroizi neobservați (3418 de asteroizi);
- IMPS observații de la sol (parametrii fizici și orbitali ai 7311 de planete mici);
- IMPS poziții observate (7937 de coordonate și momente de observație);

3.4.3. Parametrii statistici ai populației de asteroizi

În cele ce urmează, convenim să numim individ al unei populații de asteroizi un vector cu p componente, unde p este numărul parametrilor orbitali (și fizici) înregistrați în baza de date (Vass, 1980). Imaginea populației fiind formată din N indivizi, ea formează o mulțime de N vectori p dimensional sau, altfel spus, o mulțime de puncte dintr-un spațiu p dimensional real (R^p), pe care îl vom numi în continuare spațiul măsurătorilor.

Vom nota componentele unui individ cu

$$X_{il}, i = 1, 2, \dots, p; l = 1, 2, \dots, N \quad (19)$$

Datele primare formează o matrice, pe care o vom numi matricea indivizilor, notată

$$P = \|X_{il}\| \quad (20)$$

Considerând fiecare individ ca o valoare particulară a variabilei aleatoare p -dimensionale X , atașată mulțimii indivizilor, media vectorului aleator X va avea componentele:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_{jl}; i = 1, 2, \dots, p \quad (21)$$

Matricea de varianță-covarianță (sau matricea dispersiilor) este dată de

$$\sum_p = \|\sigma_j^{(p)}\| = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N (X_{il} - \bar{X}_i)(X_{jl} - \bar{X}_j) = \frac{1}{N} P \cdot P^T - X \cdot \bar{X}^T \quad (22)$$

Spunem că s-a realizat o clasificare a celor N asteroizi, dacă s-a definit un număr de g clase (grupe) de indivizi, astfel încât oricare ar fi asteroidul X , acesta aparține uneia din clasele definite. În cadrul fiecărei clase k ($1 \leq k \leq g$), indivizii vor fi numerotați de la 1 la n_k , unde n_k este numărul de asteroizi din clasa k . Componentele unui individ vor fi notate atunci prin:

$$X_{ikn}, i = 1, 2, \dots, p; k = 1, 2, \dots, g; n = 1, 2, \dots, n_k \quad (23)$$

Dacă permutăm coloanele matricii P astfel încât primele n_1 coloane să conțină indivizi din clasa 1 în ordinea din această clasă ș.a.m.d, atunci matricea P poate fi partiționată în g submatrici

$$P = (G_1 \ G_2 \ G_3 \ \dots \ G_g) , \quad (24)$$

unde

$$G_k = \|X_{ikn}\| \quad i = 1, 2, \dots, p; \quad n = 1, 2, \dots, n_k \quad (25)$$

este matricea indivizilor din clasa k .

În cadrul fiecărei clase, mediile și dispersiile sunt date de:

$$\bar{X}_{ik} = \frac{1}{n_k} \sum_{n=1}^{n_k} X_{ikn} , \quad i = 1, \dots, p; \quad k = 1, \dots, g \quad (26)$$

$$\sum_{Gk} = |\sigma_j^{(k)}| = \frac{1}{n_k} G_k \cdot G_k^T - \bar{X}_k \cdot \bar{X}_k^T = \frac{1}{n_k} \sum_{n=1}^{n_k} (X_{ikn} - \bar{X}_{ik})(X_{jkn} - \bar{X}_{jk}) \quad (27)$$

Dacă notăm

$$S_{ij} = N \cdot \sigma_{ij}^{(P)} , \quad s_{ij}^{(k)} = n_k \sigma_{ij}^{(k)} , \quad w_{ij} = \sum_{k=1}^g s_{ij}^{(k)} \quad (28)$$

$$b_{ij} = \sum_{k=1}^g n_k (\bar{X}_{ik} - \bar{X}_i)(\bar{X}_{jk} - \bar{X}_j) \quad (29)$$

se poate demonstra relația fundamentală

$$T = W + B , \quad (30)$$

unde

$$T = \|S_{ij}\| , \quad W = \|w_{ij}\| , \quad B = \|b_{ij}\| \quad (31)$$

Matricea T oferă o imagine asupra gradului de împrăștiere a celor N indivizi în jurul mediei generale; ea va fi deci matricea de variație totală. Matricile $s_{ij}^{(k)}$ reprezintă variațiile claselor, deci W este suma variațiilor din clase (*within*). Matricea B caracterizează împrăștierea claselor față de media generală, sau, altfel spus, reprezintă totalul variației dintre clase (*between*).

Relația fundamentală (30) pune în evidență faptul că variația totală (T) este egală cu suma variațiilor dintre clase (B). În această relație, termenul T este determinat de întreaga populație de indivizi, și nu depinde de clasificarea efectuată. Termenii W și B depind, esențial, tocmai de modul de definire al claselor. Rezultă că dacă variația dintre clase scade (deci clasele sunt mai omogene), variația dintre clase va crește (deci clasele sunt mai bine separate). Cea mai bună clasificare va fi aceea care minimizează variația din clase și separă cel mai bine clasele.

Pentru a clasifica indivizii populației în cazul $p > 2$, este necesară o evaluare a informației conținută în fiecare componentă. Dat fiind că cele p componente ale vectorului aleator sunt corelate, înlăturarea unora duce și la pierdere de informație conținută în componentele păstrate.

Suntem deci conduși la ideea unei schimbări de variabilă care oferă posibilitatea transformării componentelor x_i în altele, necorelate. Noile componente, necorelate, se numesc componente principale, iar transformarea corespunzătoare se numește transformarea componentei principale.

Necorelarea componentelor principale se reflectă prin aceea că matricea de varianță-covarianță, în componentele principale, este o matrice diagonală. Transformarea componentei principale este deci acea transformare care aduce matricea de varianță-covarianță la o formă diagonală.

După cum este cunoscut, dacă λ_i ($i=1, \dots, p$) sunt valorile proprii ale matricii Σ_x , iar R_i ($i=1, \dots, p$) sunt vectorii proprii normalizați corespunzători, atunci matricea Σ_x se poate scrie:

$$\Sigma_x = R\Lambda R^T, \quad (32)$$

unde:

$$R = (R_1, R_2, \dots, R_p) \quad (33)$$

iar

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_p \end{pmatrix} \quad (34)$$

3.4.4. Aplicații pe baze de date

Am aplicat transformarea componentei principale populației conținută în baza de date ASTEROID referitoare la elementele orbitale (Williams, 1989), folosind pachetul de programe ACQ, realizat de dr. Gh. Vass (1980), pentru prelucrarea automată a datelor multispectrale. În cadrul acestei aplicații, am identificat șase clase de populație. Tabelul 1 prezintă un exemplu de valori și vectori proprii calculate prin transformarea componentei principale pe cinci elemente proprii ($a, e, \sin i, \varpi, \Omega$). Din tabel se observă corelația primelor elemente (toată informația fiind concentrată practic pe primele două linii ale coloanei întâi), celelalte elemente fiind practic independente.

12819.57	0.00	0.00	0.00	0.85	0.53
10520.39	0.00	0.00	0.00	-0.53	0.85
0.01	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00

Tabelul 1 - Valorile și vectorii proprii ai clasei 1 identificate prin pachetul ACQ (Vass, 1980) pe baza de date ASTEROID (Williams, 1989)

Pentru a studia repartiția claselor identificate în spațiile măsurătorilor (e_1, e_2) (unde $e_i \in \{a, e, \sin i, \varpi, \Omega\}, i = 1, 2$), vom analiza în cele ce urmează distribuția claselor în aceste spații. Dacă în primele rezultate se regăsesc rezultate anterior demonstrate, a doua parte a analizei pare să pună în evidență noi posibile asocieri ale orbitelor, care ar putea evidenția relații încă necunoscute între elementele orbitale ale membrilor.

Figurile 3, 4 și 5 reprezintă clasificarea principalelor familii de orbite printr-o metodă vizuală de analiză în spațiile bidimensionale $(a, \sin(i))$, (a, e) și respectiv $(e, \sin(i))$. Să analizăm, de exemplu, limitele grupului notat cu F pe figura 3. Găsim $a \in (2.2, 2.3)$; $\sin i \in (0.04, 0.12)$, și mergând cu acest rezultat pe figura 4, identificăm o familie (notată F), cu $e \in (0.11, 0.16)$. Cu acest interval, grupul din figura 5 ne furnizează $\sin i \in (0.04, 0.12)$, adică tocmai primul rezultat. Această observație demonstrează faptul că cele trei familii F sunt una și aceeași, *Flora* (cea mai populată în cadrul studiului nostru). Studii furnizând aceleași rezultate pot fi făcute pe grupele notate K , E și T , regăsind familiile *Koronis*, *Eos* și respectiv *Themis*.

Celelalte combinații în spații de elemente proprii ce introduc poziția planetei în orbită (ϖ și Ω) arată o distribuție uniformă pentru majoritatea membrilor eșantionului (cazul cel mai evident fiind (ϖ, Ω) - figura 6). Totuși, în cazurile (e, Ω) , $(\sin i, \varpi)$, (e, ϖ) sau $(\sin i, \Omega)$ am remarcat pentru o mică parte din asteroizi o tendință de simetrie față de axa $\Omega = 180^\circ$ sau $\varpi = 180^\circ$ (figurile 7, 8, 9 și 10).

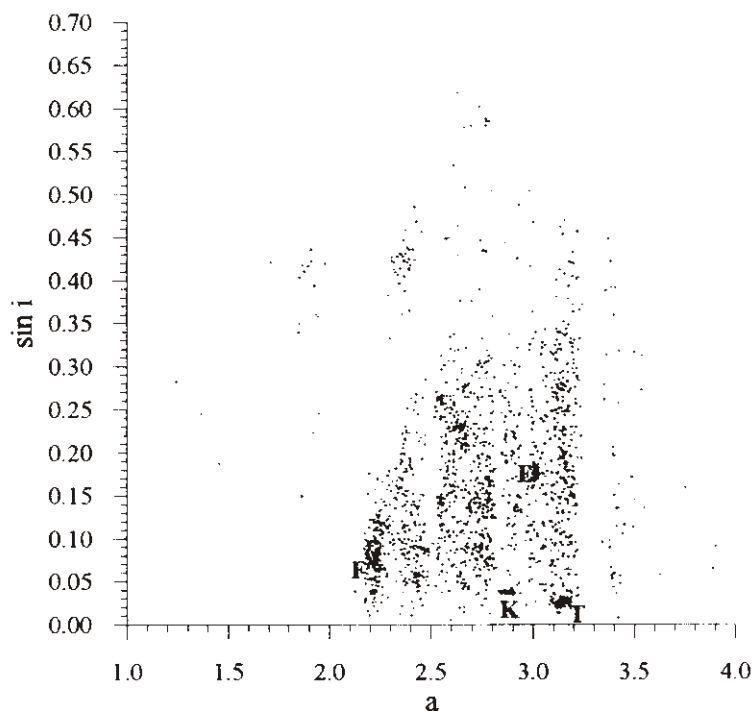


Figura 3 - Asociere în spațiul $(a, \sin i)$. Analiza grupelor F, K, E și T pe fig. 4, 5 și 6 conduce la definirea familiilor Flora, Koronis, Eos și Themis.

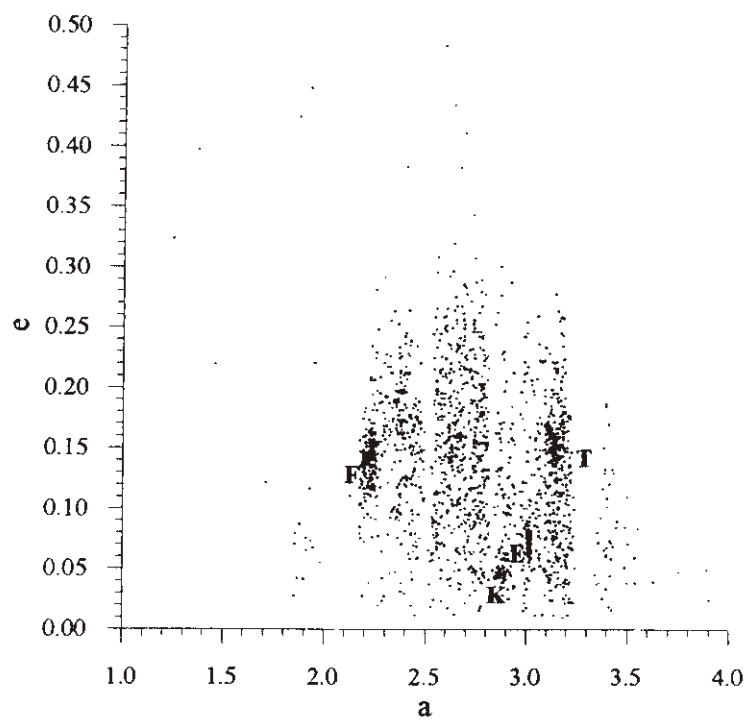


Figura 4 - Asociere în spațiul (a,e)

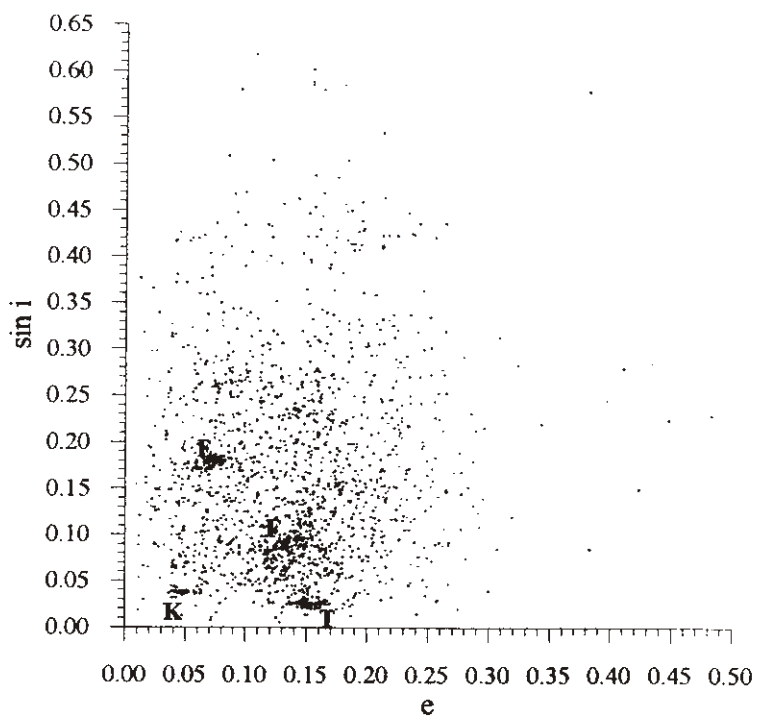


Figura 5 - Asociere în spațiul $(e, \sin i)$

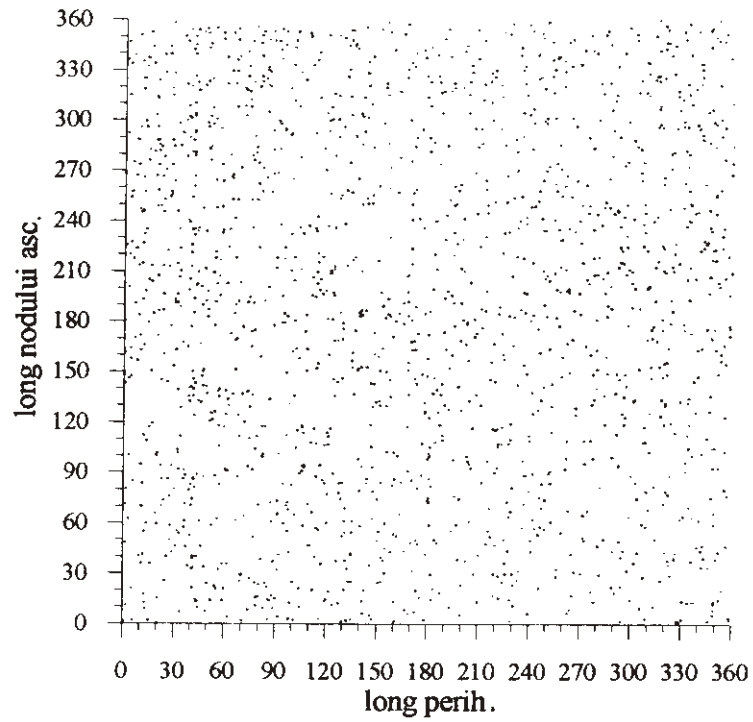


Figura 6 - Distribuție uniformă în spațiul (ϖ, Ω) al orbitelor celor 1796 de mici planete conținute în baza de date ASTEROIDS II.

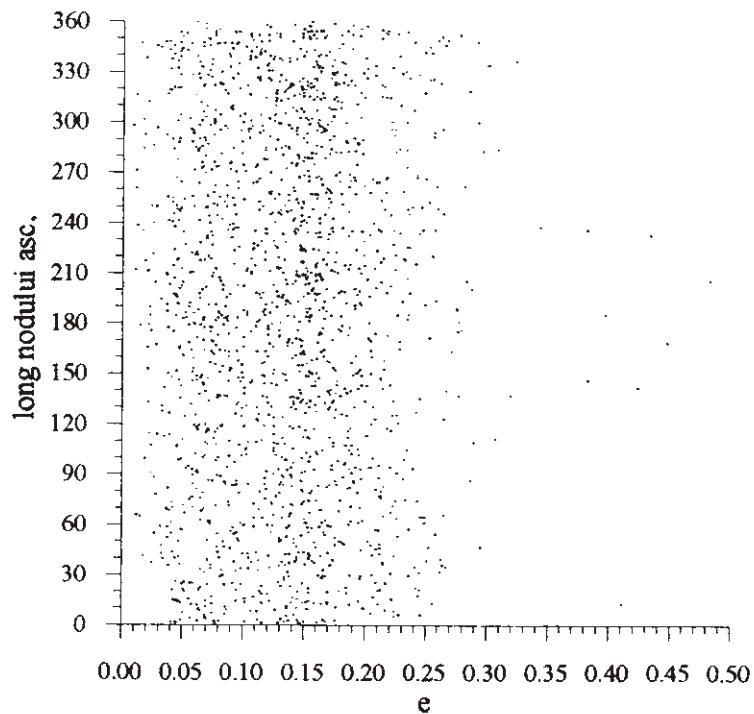


Figura 7 - Se observă o posibilă simetrie în jurul valorii de 180° a longitudinii nodului ascendent sau a longitudinii periheliului (v. și fig. 8,9 și 10).

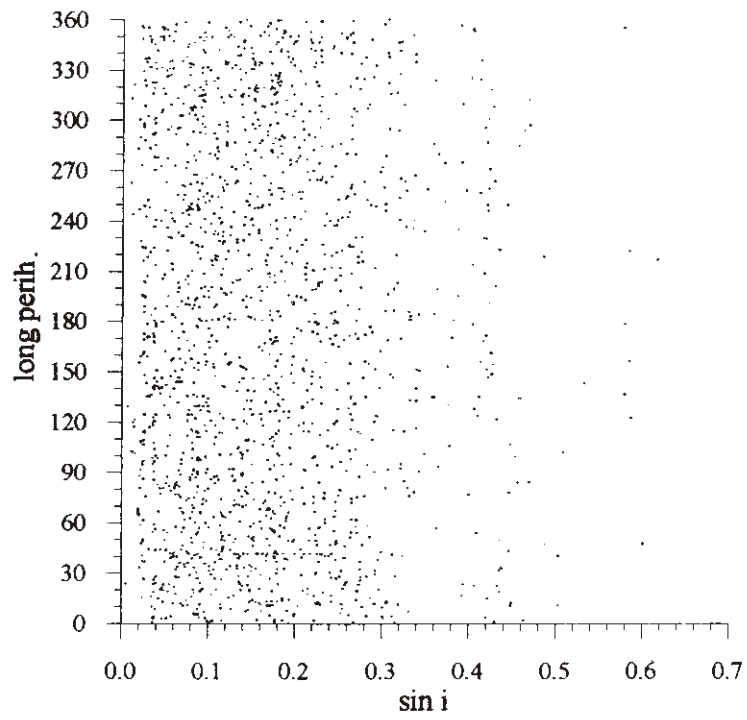


Figura 8

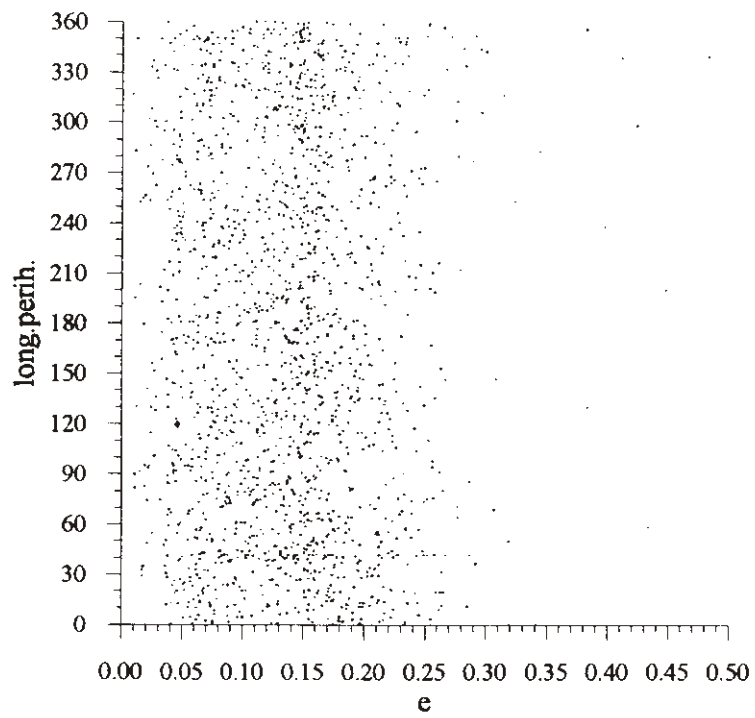


Figura 9

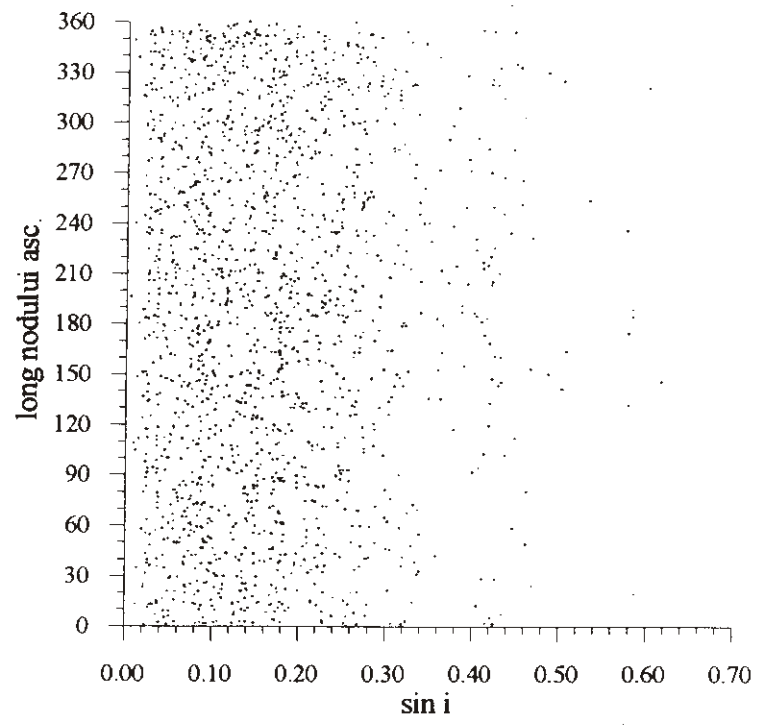


Figura 10